

MATEMATIKA

Általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógus ◀

▶ Splošna matura

A tantárgyi vizsgakatalógus a **2013.** évi tavaszi vizsgaidőszaktól érvényes az új megjelenéséig. A katalógus érvényességéről mindig a folyó évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik abban az adott évben, amikor a jelölt érettségi vizsgát tesz.



ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUS – MATEMATIKA
A Matematika Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottsága

Prevod izvirnika: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO – MATEMATIKA

A katalógust elkészítették:

Dragomir Benko
mag. Jaka Erker
Darka Hvastija
Mateja Jan
Ana Miler
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
ddr. Janez Žerovnik

Magyar nyelvre fordította:

Silvija Vučak Virant

A magyar fordítás lektora:

dr. Annamária Merényi

A vizsgakatalógus a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa a 2011. június 16-i, 142. ülésén fogadta el, és a 2013. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.

A katalógus érvényességéről az adott évben az az évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

© Državni izpitni center, 2011

Vse pravice pridržane.

Izdal in založil:

Državni izpitni center

Predstavnik:

dr. Darko Zupanc

Szerkesztő:

mag. Aleš Drolc
dr. Andrejka Slavec Gornik
Joži Trkov

Tördelés:

Dinka Petje

Ljubljana 2011

ISSN: 2232-4666

TARTALOMJEGYZÉK

1	BEVEZETŐ	5
2	A VIZSGA CÉLJAI	6
3	A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE	7
3.1	A vizsga szerkezete	7
3.2	Feladattípusok és értékelés	8
3.3	A vizsga és az egyes részek értékelésének a kritériumjai	9
4	A VIZSGA TARTALMA ÉS CÉLJA	10
4.1	A logika alapjai	10
4.2	Halmazok	10
4.3	Számhalmazok	11
4.4	Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek	13
4.5	Hatványok és gyökök	14
4.6	A síkbeli és a térbeli geometria	15
4.7	Geometriai idomok és testek	15
4.8	A síkbeli és a térbeli vektorok	16
4.9	Derékszögű koordináta-rendszer a síkban	17
4.10	Függvények	17
4.11	Kúpszeletek	22
4.12	Sorozatok és sorok	23
4.13	Differenciálszámítás	24
4.14	Intergrálszámítás	25
4.15	Kombinatorika	25
4.16	Valószínűségszámítás	26
4.17	Statisztika	26
5	AZ ÍRÁSBELI VIZSGA PÉLDAFELADATAI	28
5.1	Feladat rövid válaszokkal	28
5.2	Strukturált feladat	29
6	SZÓBELI VIZSGA	31
6.1	A logika alapjai	32
6.2	Halmazok	32
6.3	Számhalmazok	32
6.4	Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek	34
6.5	Hatványok és gyökök	34
6.6	A síkbeli és a térbeli geometria	34
6.7	Geometriai síkidomok és testek	36
6.8	A síkbeli és a térbeli vektorok	36
6.9	Derékszögű koordináta-rendszer a síkban	37

6.10 Függvények.....	37
6.11 Kúpszeletek	41
6.12 Sorozatok és sorok.....	42
6.13 Differenciálszámítás	42
6.14 Integrálszámítás	42
6.15 Kombinatorika	43
6.16 Valószínűségyszámítás	43
6.17 Statisztika	43
7 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELŐLTEK	44
8 IRODALOMJEGYZÉK	45
9 MELLÉKLET	46
9.1 Matematikai jelek.....	46
9.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek.....	50

1 BEVEZETŐ

A matematika általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógusa (a továbbiakban katalógus) Az érettségi vizsgáról szóló törvény és a megfelelő jogszabályok értelmében leírja a tantárgyból teendő vizsgát, valamint Az általános vizsga a vizsgák és tantárgyi vizsgakatalógusok szerkezetéről szóló tanácsi határozatok értelmében is, amelyek az érvényes *Érettségi vizsgakatalógusban* kerültek rögzítésre. A matematika az érettségi vizsga közös részének a tantárgya, és kötelező mindegyik jelölt¹ számára. A vizsga tartalma és a célja a gimnáziumi² matematika tanmeneten alapul. Matematikából az érettségi vizsga alapszinten (ASZ) ill. emelt szinten (ESZ) végezhető el. Alapszinten az alapvető ismeretek ellenőrizhetők, emelt szinten pedig az elemi és magasabb szintű ismeretek. A ⇒ jel azokat a tartalmakat és célokat jelöli, melyek csak ESZ-ten ellenőrizhetők.

A katalógus:

1. tartalmazza a vizsga céljait;
2. leírja az írásbeli és a szóbeli vizsga szerkezetét, értékelését mindkét szinten;
3. feltünteti az engedélyezett segédeszközöket, továbbá a kötelező eszközöket;
4. tartalmazza a gimnáziumi matematika tanmenet céljait és tartalmait;
5. tartalmazza a szóbeli vizsga mintakérdéseit;
6. tartalmazza a jelöléseket és a matematikai terminológiát.

¹ A tantárgyi vizsgakatalógusban férfi főnevek vannak alkalmazva, melyek értelemszerűen kapcsolódnak az általános, közös megnevezésekhez (pl. a jelölt, a vizsgáztató). Úgy a női mint a férfi nemre vonatkoznak.

² A gimnáziumi matematika tanmenete [Elektronikus forrás]: általános, klasszikus és szakgimnázium: kötelező tantárgy és érettségi (560 órás képzés) / tantárgyi bizottság Amalija Žakelj [et al.]. - Ljubljana: Szlovén Oktatási, Tudományos és Sportminisztérium: Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete, 2008.

2 A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogy a jelölt képes-e:

- matematikai szövegeket olvasni, és az ilyen szöveget szabályosan matematikai nyelvre fordítani (értelmezni);
- pontosan bemutatni a matematikai tartalmakat írásban, táblázatok, grafikonok vagy diagramok formájában;
- számítási feladatokat végezni, meghatározott pontossággal felírni az eredményt, és képes annak érvényességét megítélni;
- a számításnál alkalmazni a megfelelő módszert;
- az információ-kommunikációs technológiát (IKT) alkalmazni a matematikai problémák megoldásakor;
- az alapvető eszközöket alkalmazni a szerkesztésnél;
- tolmácsolni, átalakítani és helyesen alkalmazni a szavakkal vagy szimbólumokkal bemutatott matematikai kijelentéseket;
- felismerni és alkalmazni a kölcsönös viszonyokat a sík- és a térgeometriai idomok között;
- logikusan következtetni az adott matematikai adatokból;
- felismerni a sémákat és a struktúrákat különböző helyzetekben;
- elemezni a problémát, és kiválasztani a megoldás meghatározásának megfelelő eszközét;
- meglátni és felhasználni a különböző matematikai területek kölcsönösségét;
- alkalmazni a különböző matematikai technikák kombinációját a problémák megoldásában;
- logikusan és érthetően bemutatni a matematikai dolgozatot megfelelő szimbolika és terminológia alkalmazásával;
- a matematikát alkalmazni a mindennapi életben;
- a matematikát kommunikációs eszközként alkalmazni, hangsúlyozva a pontos kifejezés fontosságát.

3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga szerkezete

ALAPSZÍNT

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összostályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	120 perc	80 %	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép és geometriai eszközök (körző és két háromszög, vonalzó is lehet)	A képletmelléklet a feladatlap része.
Összesen	120 perc	80 %			

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összostályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 rövid kérdés	20 percig	20 %	belső	geometriai eszközök
Összesen	20 percig	20 %		

EMELT SZÍNT

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összostályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	90 perc	53,33 %	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép és geometriai eszközök (körző és két háromszög, vonalzó is lehet)	A képletmelléklet a feladatlap része.
2	90 perc	26,67 %			
Összesen	180 perc	80 %			

Az 1. feladatlap befejezése után, tehát a 2. feladatlap kezdete előtt, 30 percnyi szünet van.

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összostályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 rövid kérdés (1 vagy 2 ⇒ jellel jelölt kérdés)	20 percig	20 %	belső	geometriai eszközök
Összesen	20 percig	20 %		

3.2 Feladattípusok és értékelés

ALAPSZÍNT

► Írásbeli vizsga

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	Rövid feladatok	12	mindegyik feladat 5-től 8 pontig
Összesen		12	80 pont

► Szóbeli vizsga

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
A kérdéshez a szabályok szerint feladat is társul.	3	mindegyik kérdés 4 pont
Összesen	3	12 pont

EMELT SZÍNT

► Írásbeli vizsga

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	Rövid feladatok	12	mindegyik feladat 5-től 8 pontig összesen 80 pont
2	Nehezebb feladatok	4 Az első két feladat kötelező, az utolsó kettőből a jelölt 1 feladatot választ ki és ezt oldja meg.	mindegyik feladat 10-től 20 pontig összesen 40 pont

► Szóbeli vizsga

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
A kérdéshez a szabályok szerint feladat is társul.	3	mindegyik feladat 4 pont
Összesen	3	12 pont

3.3 A vizsga és az egyes részek értékelésének a kritériumjai

3.3.1 A takszonómiai szintek részei

A takszonómiai szintek	1. Feladatlap (ASZ és ESZ)	2. Feladatlap (ESZ)	Szóbeli vizsga (ASZ)	Szóbeli vizsga (ESZ)
I. Ismeretanyag	legalább 30 %	legalább 10 %	legalább 30 %	legalább 10 %
II. Megértés és alkalmazás	30–50 %	40–60 %	30–50 %	40–60 %
III. Önálló interpretálás, értékelés, az új problémák önálló megoldása	maximum 30 %	maximum 40 %	maximum 30 %	maximum 40 %
Összesen	100 %	100 %	100 %	100 %

3.3.2 Az egyes vizsgarészek értékelésének kritériumai

► Írásbeli vizsga

A feladatok az értékelési utasítások alapján kerülnek értékelésre. Az egyes lépéseket külön pontozzuk, melyek pedig különböző takszonómiai szintűek lehetnek. A feladat megoldásában világosan és helyesen legyen bemutatva a megoldásig vezető út a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt. A szerkesztési feladatok megoldásakor a jelölteknek a geometriai eszközöket kell használniuk.

► Szóbeli vizsga

Az egyes kérdésekhez tartozó válaszokra a jelölt legkevesebb 0 és maximum 4 pontot kap.

Az összes 4 pontot az a jelölt kapja meg, aki teljesen önállóan és helyesen válaszolt a kérdésre (és megoldja a feladatot, ha ez adott). Csak a helyesen megoldott feladatra a jelölt maximum 2 pontot kap.

3.3.3 Összosztályzat

A vizsga összosztályzata az egyes vizsgarészek (írásbeli rész és szóbeli rész) százalékpontjának összege alapján kerül meghatározásra. Az Általános Érettségi Országos Bizottság az Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottság javaslatára meghatározza a százalékpontok osztályzatokra (1–5) való átalakításának kritériumait, emelt szinten pedig a százalékpontok szerinti pontozás (1–8) átalakításának kritériumait is. Ezek a kritériumok a tavaszi és az őszi vizsgaidőszakra egyaránt érvényesek.

4 A VIZSGA TARTALMA ÉS CÉLJA

Az általános érettségi alapszinten az elemi tudásanyagot és célokat az érvényes tanmenet alapján határozza meg. Emelt szinten az elemi és magasabb szintű tudás kerül ellenőrzésre. Az érettségಿನél a választható tárgyak esetében a tudásszint nem kerül ellenőrzésre.

A ⇒ jel jelöli azokat a célokat és tartalmakat, melyek csak az emelt szinten kerülnek ellenőrzésre.

4.1 A logika alapjai

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Kijelentések és kapcsolatok közöttük	– felírja a kijelentést,
Összetett kijelentések	– meghatározza a kijelentés logikai értékét,
A műveletek prioritása	– felírja szimbólumokkal az összetett kijelentést,
Tautológia	– kiszámítja az összetett kijelentés logikus értékét az elemi kijelentések összes értékeiknél,
Egyenlőértékű (ekvivalens) kijelentések	– megállapítja a két kijelentés egyenlőértékűségét.

4.2 Halmazok

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Alapfogalmak: elem, halmaz, az elem beletartozása a halmazba, részhalmaz, üreshalmaz, alaphalmaz	– ismeri az alapfogalmakat, szimbólumokkal jelöli az elemek és a halmazok közti viszonyokat,
Szimbólumokkal való felírás	– különböző módokat alkalmaz a halmazok szemléltetésére,
Venn-diagram	– számol a halmazokkal,
Metszet, egyesítés (unió), különbség, a komplementer halmazok	– megkeresi a véghalmaz hatványhalmazát,
⇒ A halmazműveletek jellegzetességei	– megrajzolja a két halmaz Descartes-féle szorzatának grafikonját,
Hatványhalmaz	– két vagy három halmaz egyesítésének az ereje képletét használja, valamint a véges halmazok Descartes -féle szorzat képletét alkalmazza.
Descartes -féle szorzat	
A halmaz számossága	
⇒ A hatványhalmaz számossága	

4.3 Számhalmazok

4.3.1 Természetes számok és egész számok

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Az aritmetikai műveletek és ezek tulajdonságai	– ismeri a természetes számok jelentőségét és az egész számok bevezetésének az okát, valamint az alkalmazásuk példáját,
Prímszámok és összetett számok	– alkalmazza az aritmetikai műveleteket a természetes és az egész számok halmazán, valamint példák alapján indokolja a műveletek tulajdonságát,
⇒ Matematikai indukció	
Decimális számjegyű felírás	– szemlélteti a természetes és az egész számokat a számegyenesen,
A 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel és 10-zel való oszthatóságnak a kritériumai	– ⇒ induktív módon következtet, általánosít, az általánosítást bebizonyítja ill. cáfolja és matematikai indukció segítségével bizonyít,
Az oszthatósági reláció	
A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös	– az egész számokra alkalmazza a decimális számjegyű felírást,
A maradékos osztás alaptétele	– indokolja és alkalmazza az alapvető oszthatósági kritériumokat,
⇒ Euklideszi algoritmus és a D és a v közti kapcsolat	– ismeri és alkalmazza az oszthatósági reláció jellegzetességeit,
A tízes számrendszer	– meghatározza a két vagy több egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét,
⇒ A kettes számrendszer	– alkalmazza az egész számok maradékos osztásának alaptételét,
	– ⇒ alkalmazza az Euklideszi algoritmust a legnagyobb közös osztó keresésére,
	– ⇒ nehezebb feladatokban problémák alapján alkalmazza a $Dv = ab$ kapcsolatot,
	– ⇒ alkalmazza a tízes számrendszer és a kettes számrendszer közti átalakítást;

4.3.2 Racionális számok

Az aritmetikai műveletek és ezek tulajdonságai	– ismeri és indokolja a racionális számok bevezetésének az okát,
A racionális számok tizedes törttel való felírása	– szemlélteti a racionális számokat a számegyenesen,
Részek és százalékok	– számol racionális számokkal,
Százalékszámítás	– indokolja és alkalmazza a racionális számok tizedes törttel való felírását, és megkülönbözteti a tizedes törteket és az egyéb törteket,
	– számol decimális számokkal,
	– alkalmazza a részeket és a százalékokat, valamint a százalékszámítást a mindennapi feladatokban és ügyesen használja a zsebszámológépet;

4.3.3 Valós számok

Irracionális számok	– ismeri és indokolja a valós számok bevezetésének az okát,
Valós számok a számegyenesen (a valós tengelyen)	– felsorolja valamennyi irracionális szám példáját,
Intervallumok	– Pitagorasz-tétel segítségével megszerkeszt néhány négyzetgyököt irracionális szám példaként,
Végleges decimális közelítő értékek	– a számegyeneset valós tengelyként interpretálja,
A valós szám abszolút értéke és jellegzetességei	– kerekíti a decimális számokat,
Egyenletek abszolút értékkel	– összekapcsolja a valós számok abszolút értékének geometrikus és analitikus bemutatását,
⇒ Egyenlőtlenségek abszolút értékkel	– egyszerűsíti az abszolútértékes kifejezéseket és egyszerű egyenleteket old meg,
Az abszolút és a relatív hiba	– ⇒ megold a valós számok abszolút értékeit tartalmazó egyszerű egyenlőtlenségeket,
	– összehasonlítja az abszolút és a relatív hiba jelentését és megítéli a két adat összegének, különbségének, szorzatának és a kvóciensének abszolút és relatív hibáját;

4.3.4 Komplex számok

A komplex számok geometriai ábrázolása a komplex síkban	– ismeri és indokolja a komplex számok bevezetésének az okát,
Számítási műveletek és ezek jellegzetességei	– szemlélteti a komplex számot a komplex síkban,
Valós együttthatókkal való egyenletek megoldása	– analitikus és grafikus módon összeadja és kivonja a komplex számokat,
	– szorozza a komplex számokat,
	– levezeti az i szám hatványok kiszámításának a szabályát,
	– meghatározza a konjugált szám analitikus és geometrikus jelentése közti kapcsolatot,
	– meghatározza a komplex szám abszolút értéke analitikus és geometrikus jelentése közti kapcsolatot,
	– levezeti és alkalmazza a komplex számok osztásának a szabályát,
	– kiszámítja a komplex szám inverz értékét,
	– megkeresi az egyenletek komplex megoldásait is.

4.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Számtani műveletek kifejezésekkel	– összehasonlítja és megkülönbözteti a kifejezés és egyenlet felírását és jelentését, valamint a változó és az ismeretlen felírását és jelentését,
A kifejezések hatványozása	
A kifejezések tényezőkre való bontása	– az algebrai kifejezéseket összeadja és kivonja,
Törtekkel való számítás	– alkalmazza és megindokolja a két tagú algebrai kifejezés négyzetének és köbének a szabályait,
Egyenletek és egyenlőtlenségek	
Lineáris egyenletek	– a Pascal-féle háromszög segítségével meghatározza a két tagú algebrai kifejezések magasabb rendű hatványait és ezeket alkalmazza is,
Felbontható egyenlet	
⇒ Paraméteres lineáris egyenlet	
Lineáris egyenlőtlenség	– felismeri és alkalmazza az adott kifejezés megfelelő tényezőkre való bontási módját: kiemelés, a négyzetek különbsége, a köbök összege és különbsége, Vieta-képlet, a négytagú algebrai kifejezés tényezőkre való bontása,
⇒ Paraméteres lineáris egyenlőtlenség	– ⇒ tényezőkre való bontás: $a^n \pm b^n$,
	– algebrai törtekkel számol (mind a négy számítási művelet és a zárójelekkel való kifejezések),
	– alkalmazza az ekvivalens átalakítások szabályait az egyenletek esetében, és ezeket az egyenleteket ügyesen megoldja,
	– felismeri és megoldja a lineáris egyenletet,
	– felismeri és megoldja a felbontó egyenleteket,
	– ügyesen kifejezi az ismeretleneket a különböző fizikai és kémiai egyenletekből,
	– ⇒ elemzi a paraméteres lineáris egyenleteket,
	– alkalmazza az ekvivalens átalakítások szabályait az egyenlőtlenségek esetében és az egyenlőtlenség megoldási lépéseit indokolja,
	– felismeri és megoldja a lineáris egyenlőtlenséget,
	– ⇒ elemzi az egyszerű paraméteres lineáris egyenlőtlenségeket.

4.5 Hatványok és gyökök

Tartalom	Célok
	A jelölt
Természetes kitevőjű hatványok	– indokolja és alkalmazza a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait,
Egész kitevőjű hatványok	– indokolja és alkalmazza az egész kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait és ezeket összehasonlítja a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályaival,
n -kitevőjű gyök	
Racionális kitevőjű hatványok	
⇒ Irracionális egyenletek	– megmagyarázza az a^{-1} és az a^{-n} felírások jelentését,
	– alkalmazza a négyzetgyök gyökvonási szabályokat,
	– összehasonlítja és indokolja az egyszerű másodfokú egyenletek $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$ megoldását tényezőkre való bontással vagy gyökvonással
	– összehasonlítja és indokolja az egyszerű $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ egyenletek megoldását a valós számok halmazában gyökvonás segítségével és tényezőkre való bontással,
	– megmagyarázza és alkalmazza a $\sqrt{x^2} = x $ kapcsolatot,
	– pontosan kiszámítja a valós számok köbgyökeit (fejből) és zsebszámológép segítségével,
	– megkülönbözteti a valós szám n -kitevőjű gyökének létezésére vonatkozó feltételeket (a gyöktényező és a gyökalap szempontjából),
	– ügyesen alkalmazza a zsebszámológépet az n -kitevőjű gyökök kiszámítására,
	– átalakítja az n -kitevőjű gyök felírását racionális kitevőjű hatvány felírására,
	– összekapcsolja és összehasonlítja az n -kitevőjű gyökökkel való feladatok megoldását a racionális kitevőjű hatványokkal való feladatok megoldásával,
	– ⇒ felismeri az irracionális egyenletet és ezt megoldja, valamint indokolja az irracionális egyenlet megoldásának lépéseit és interpretálja a megoldásokat.

4.6 A síkbeli és a térbeli geometria

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Pontok, egyenesek és körök a síkban	– elsajátítja az Euklideszi geometria alapvető fogalmait,
Távolság, szakasz, szakaszhozó egyenes, a szakasz felezőmerőlegese, félegyenes, szög	– elsajátítja a geometriai szemléletet és gyakorlatban felismeri meg a matematika elmélet alapvető standardjait,
A szögek fajtái és a szögek közti viszonyok	– ismeri a definíciókat és alkalmazza a geometriai idomok jellegzetsségeit,
Háromszög, sokszög	– alkalmazza a háromszög belső és külső szögei közti kapcsolatokat, valamint a háromszög oldalai és szögei közti viszonyokat is,
A háromszög nevezetes pontjai	– alkalmazza a középponti és a kerületi szög közti kapcsolatot az egység körív fölött,
Merev eltolások és egybevágóság	– meg tudja különböztetni az egybevágó és hasonló háromszögeket,
Párhuzamos eltolás, tükrözés, körforgás, a háromszög orientációja	– alkalmazza a derékszögű háromszög tételeit,
Merőleges vetület	– megszerkeszti geometriai eszközökkel a geometriai idomokat ⇒ valamint a dinamikus geometria programjaival is,
A középponti és a kerületi szög	
A félkörben levő szög	
Középponti eltolás, hasonlóság	– elsajátítja és alkalmazza a tetszőleges háromszög oldalai és szögei közti kapcsolatokat, melyeknél alkalmazza a koszinusz- és szinusztételt,
A derékszögű háromszög tételei	
Paralelogramma, rombusz, trapéz	– az IKT (Információs és Kommunikációs Technológia) alkalmazásával kutatja a geometriai problémákat,
Szerkesztési feladatok	
A koszinusztétel és a szinusztétel	– el tudja képzelni a térbeli pontok, egyenesek és síkok közti viszonyokat.
⇒ A tér ponthalmazai	
Az egyenesek és a síkok párhuzamossága és merőlegessége a térben	
Az egyenes merőleges vetülete a síkra	

4.7 Geometriai idomok és testek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A geometriai idomok területe, Héron képlete	– képes elsajátítani és továbbfejleszteni a geometriai szemléletet,
A háromszögbe írt kör és a háromszög köré írt kör sugara	– alkalmazza az egyes mennyiségek kifejezési képleteit,
Geometriai testek: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb	– kritikusán felbecsüli és megítéli a kapott értékeket, ügyel a mértékegységek pontosságára,
Az egyenes, hasáb, henger, gúla, kúp és gömb felülete és területe	– alkalmazza a síkgeometria területén elsajátított tudását és megoldja azon problémákat, melyek kapcsolatban vannak a háromszögbe írt kör és a háromszög köré írt kör sugarával,

Tartalmak	Célok
⇒ Cavalieri tétele	– leírja a geometriai testet,
⇒ Ferde testek	– alkalmazza az elsajátított tudást a szögfüggvényekről és a geometriáról a geometriai testek modelljein,
⇒ Forgástestek	– megoldja a geometriai problémákat a testek felszínével és térfogatával kapcsolatban, valamint kritikusan felbecsüli és megítéli a kapott eredményeket és mértégegységeket,
Geometriai matematikai problémák	– ⇒ megoldja a ferde testekkel való geometriai problémákat,
	– ⇒ meghatározza a forgatás tengelyét és elemzi a kapott forgástestet a kiválasztott tengely szempontjából,
	– ⇒ megoldja a problémákat a forgástestek térfogatával kapcsolatban,
	– felismeri a geometriai problémát, ezt bemutatja, megállapítja, melyik fogalmakkal, változókkal és ezek közti kapcsolatokkal lehetne ezt megoldani, megoldja a problémát, a megoldásokat bemutatja és gondolkodik ezek értelemszerűségéről,
	– a geometriai problémák megoldásánál önállóan kiválasztja és alkalmazza a megfelelő stratégiákat, valamint összekapcsolja a síkbeli és a térbeli geometria tartalmait,
	– megoldja a geometriai problémákat a trigonometria segítségével.

4.8 A síkbeli és a térbeli vektorok

Tartalom	Célok
	A jelölt
A vektorok meghatározása	– megrajzolja a vektorokat, grafikus módon összeadja és kivonja a vektorokat, valamint szorozza ezeket számmal,
Összeadás, szorzás számmal (erők) – grafikus szemléltetés	– elsajátítja a vektorszámítást grafikusan és analitikusan,
Kollinearitás, komplanaritás – grafikus szemléltetés	– megítéli a vektorok kollinearitását és komplanaritását,
A vektorok felírása a bázis koordinátaival (az erő feloszlása komponensekre), merőleges vetület – grafikus szemléltetés	– ⇒ megítéli a vektorok lineáris függetlenségét,
A vektorok lineáris kombinációja	– számol a koordinátákkal felírt vektorokkal,
⇒ A vektorok lineáris függetlensége	– kiszámítja a vektorok által zárt szöget, a vektor hosszát, valamint a vektor merőleges vetületét,
A sík és a tér bázisa	– indokolja a vektorok merőlegességét és párhuzamosságát,
A derékszögű koordináta-rendszer a síkban és a térben, a pont helyvektora	– megérti a merőlegességet a térben.
A vektorok felírása koordinátákkal	
Műveletek vektorokkal, melyek koordinátákkal kerültek felírásra	
A vektor merőleges vetülete egy	

Tartalom	Célok
másik vektorra	
Skaláris szorzat, két vektor által közbezárt szög és a vektor hossza	
⇒ A vektorszámítás alkalmazása a háromszögben és a paralelogrammában, arányok, súlypont	
A skaláris szorzat	

4.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Ponthalmazok a síkban	– alkalmazza a derékszögű koordináta-rendszert a síkban,
Pontok távolsága a sík koordináta-rendszerében	– kiolvassa és megrajzolja a sík pontthalmazait az adott feltételeknél,
A háromszög területe	– alkalmazza a rendezett számpárok és a síkbeli pontok közti kapcsolatot,
	– kiszámítja a pontok távolságát, kiszámítja a háromszög területét és felhasználja a képleteket a matematikai problémákban.

4.10 Függvények

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A függvény definíciója	– elsajátítja és alkalmazza a függvény fogalmát,
A valós függvény definíciója és az egyváltozós valós-valós függvények jellegzetességei (injektív, szürjektív, bijektív, növekvő, csökkenő, páros, páratlan, ...)	– elsajátítja és alkalmazza a fogalmakat: a függvény értelmezési tartománya és értékkészlete, injektív, szürjektív, bijektív leképezés ill. függvény,
Összetett függvény (függvény kompozitumok)	– megrajzolja és elemzi a függvény grafikonját párhuzamos eltolás és nyújtás segítségével
Inverz függvény	– alkalmazza a párhuzamos eltolást, a tükrözéseket és a nyújtásokat a nehezebb problémák alapján feltett feladatok megoldásában,
A sík transzformációi	– megállapítja az inverz függvény létezését egyszerű példákon, felírja ennek a megadási módját és megrajzolja az adott függvény inverz függvényét,
A függvény határértéke	– ⇒ elemzi a megadási módot az abszolút értékkel rendelkező függvény grafikonjának, majd megrajzolja az abszolút értékű grafikonot,
Speciális határértékek	
A függvények folytonossága	– megrajzolja a lépcsőzetesen növekvő/csökkenő függvény grafikonját
⇒ A zárt intervallumon levő folytonos függvények tulajdonságai	

Tartalmak**Célok**

⇒ A zérushelyek keresése az információs technológia (a tanult módszerek (technikák)) segítségével

- megmagyarázza a határérték fogalmát az adott pontban megfelelő kiválasztott példák esetén, melyek a függvény grafikonnal bemutatott, táblázattal bemutatott ill. analitikusan bemutatott függvény prezentációi,
- kiszámítja a függvény határértékét és megmagyarázza a kapott határérték jelentését,
- megmagyarázza a végtelenben vett határérték jelentését,
- megkülönbözteti a függvény végtelenben vett határérték a végtelen határértéktől,
- alkalmazza a határértéket a függvény aszimptota kiszámításánál,
- felismeri azon függvény folytonosságát, mely a grafikonjával adott,
- ⇒ megmagyarázza a folytonosságot az adott függvény megadási módja alapján,
- megkeresi azon intervallumokat, amelyeken az adott függvény folytonos,
- ⇒ következtet a konkrét folytonos függvény tulajdonságairól egy zárt intervallumon,
- ⇒ megkeresi a zérushelyet vagy a görbe pontját előre adott pontossággal az ismert módszer (információs technológia) segítségével;

4.10.1 Lineáris függvény

A lineáris függvény definíciója és a tulajdonságai, a lineáris függvény grafikonja

Egyenes egyenletei a síkban

Az egyenesek által közbezárt szög

Lineáris egyenlet

Lineáris egyenlőtlenség

Lineáris egyenletrendszer

⇒ Gauss-féle algoritmus

⇒ Lineáris egyenlőtlenség-rendszer

A mindennapi életből vett egyszerű példák modellezése lineáris függvény segítségével

- felírja a lineáris függvény megadási módját és megrajzolja a grafikonját,
- ismeri és alkalmazza a lineáris függvény együtthatójának jelentését,
- interpretálja és alkalmazza a lineáris függvény grafikonját gyakorlati helyzetekben,
- kiszámítja az egyenesek által közbezárt szöveget,
- ismeri az egyenes különböző egyenleteinek jelentését,
- a szövegben felismeri a lineáris viszonyt és felírja a lineáris egyenletet,
- megoldja a lineáris egyenleteket,
- ⇒ feldolgozza az egyszerű lineáris egyenleteket, egyenlőtlenségeket és a lineáris egyenletrendszereket,
- kifejezi a problémát egyenletrendszerként és ezt megoldja,
- megoldja a mindennapi egyszerű problémákat és ezeket megfelelően interpretálja,
- modellezi a mindennapi életből vett egyszerű problémákat a lineáris függvény segítségével;

4.10.2 Hatványfüggvény

A természetes kitevőjű hatványfüggvény definíciója és jellegzetességei

A negatív egész kitevőjű hatványfüggvény definíciója és jellegzetességei

A mindennapi életből vett példák modellezése hatványfüggvény segítségével

- felismeri a hatványos függőséget és ezt megkülönbözteti az egyéb függőségektől (egyenes arányosság, ...),
- megrajzolja és elemzi a hatványfüggvény grafikonját a transzformációk segítségével,
- megírja és modellezi a realiztikus jelenségeket a hatványfüggvény segítségével és ezeket kritikusan kiválasztja;

4.10.3 Gyökfüggvény

A gyökfüggvény definíciója, jellegzetességei és a gyökfüggvény grafikonja

- a gyökfüggvényt a hatványfüggvény inverzeként sajátítja el;

4.10.4 A másodfokú függvény

A másodfokú függvény definíciója, jellegzetességei és a másodfokú függvény grafikonja

A másodfokú függvény megoldási módjai

⇒ A másodfokú függvény alkalmazása - extrémális problémák

Vièta képletei

A másodfokú egyenlet

A parabola és az egyenes metszéspontja

Két parabola metszéspontjai

A másodfokú egyenlőtlenség

⇒ A másodfokú egyenlőtlenség rendszere

⇒ A mindennapi életből vett példák modellezése másodfokú függvény segítségével

- felírja a másodfokú függvényt különböző adatok esetén és megrajzolja a grafikonját,
- interpretálja és alkalmazza a másodfokú függvény grafikonját gyakorlati helyzetekben,
- megoldja a másodfokú egyenletet és egyenlőtlenséget,
- átalakítja a problémát egyenlet- vagy egyenlőtlenség formájába és ezt megoldja,
- olvassa a matematikai szöveget, ezt elemzi és bemutatja,
- ⇒ modellezi a mindennapi életből vett egyszerű problémákat a másodfokú függvény segítségével;

4.10.5 Exponenciális függvény

Az exponenciális függvény definíciója, jellegzetességei és az exponenciális függvény grafikonja

Exponenciális egyenletek

- felismeri az exponenciális függést és ezt megkülönbözteti az egyéb függésektől,
- ismeri és alkalmazza az exponenciális függvény jellegzetességeit,
- megrajzolja az exponenciális függvény grafikonját,

Tartalmak	Célok
⇒ Az exponenciális egyenlőtlenség grafikus megoldása	– alkalmazza az exponenciális függvény grafikonjának párhuzamos eltolását és nyújtását,
Exponenciális növekedés	– összehasonlítja a hatványos és az exponenciális növekedést,
A valós jelenségek modellezése az exponenciális függvény segítségével	– felismeri és megoldja az exponenciális egyenleteket, – megírja és modellezi a mindennapi életből vett példákat az exponenciális függvény segítségével;

4.10.6 Logaritmusfüggvény

Az logaritmusfüggvény definíciója, jellegzetességei és a logaritmusfüggvény grafikonja	– ismeri és alkalmazza a logaritmusfüggvény jellegzetességeit, – megrajzolja a logaritmusfüggvény grafikonját,
A logaritmus és azonosságai	– alkalmazza az exponenciális- és a logaritmusfüggvény közti kapcsolatot,
A tizes alapú és természetes logaritmus	– alkalmazza a logaritmusfüggvény párhuzamos eltolását és a nyújtását,
⇒ Áttérés más alapra	– alkalmazza a logaritmus azonosságait,
Logaritmus egyenletek	– felismeri az e számot és a természetes logaritmust,
⇒ A logaritmus skála olvasása	– felismeri és megoldja a logaritmusegyenleteket,
⇒ A mindennapi életből vett példák modellezése logaritmusfüggvény segítségével	– összehasonlítja az exponenciális és a logaritmikus növekedést, – ⇒ felírja és modellezi a mindennapi életből vett példákat a logaritmusfüggvény segítségével;

4.10.7 Polinom

A polinom definíciója, jellegzetességei és a polinom grafikonja	– a lineáris és a másodfokú függvényt felismeri mint a polinom speciális példáit, – számol polinomokkal,
Számítási műveletek polinomokkal	– alkalmazza a polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptételét,
A polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptétel	– alkalmazza a tételt, amely vonatkozik a polinom osztására lineáris polinommal,
A polinom gyökei	– alkalmazza a Horner-algoritmust a polinom gyökeinek megállapítására,
Az algebra alaptétele és következményei	– nehezebb problémefeladatokban alkalmazza a polinomok jellegzetességeit,
Horner-algoritmus	– megrajzolja és interpretálja a polinom grafikonját,
A polinom grafikonjának elemzése	– ⇒ alkalmazza a biszekció módszert,
Polinom-egyenletek	– megoldja a polinom-egyenleteket és egyenlőtlenségeket;
Polinom-egyenlőtlenségek	
⇒ A biszekció módszer	
⇒ A valós jelenségek modellezése polinomok segítségével	

4.10.8 Racionális függvények

- | | |
|---|--|
| <p>Az racionális függvény definíciója, jellegzetességei és a racionális függvény grafikonja</p> <p>Gyökök, pólusok, aszimptoták</p> <p>Racionális egyenletek</p> <p>⇒ Racionális egyenlőtlenségek</p> | <ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a racionális függvény jellegzetességeit, – megrajzolja és interpretálja a racionális függvény grafikonját, – megoldja a racionális egyenleteket, – ⇒ megoldja a racionális egyenlőtlenségeket; |
|---|--|

4.10.9 Szögfüggvények

- | | |
|--|---|
| <p>A szögfüggvények definíciója és jellegzetességei a derékszögű háromszögben</p> <p>A szögfüggvények definíciója az egységkörön</p> <p>A szögfüggvények jellegzetességei és grafikonjai</p> <p>A szögfüggvény grafikonjainak a transzformációi</p> <p>Addíciós tételek</p> <p>Nehezebb feladatok problémák alapján</p> <p>⇒ Szögfüggvényeket tartalmazó kifejezések szorzattá alakítása, a szögfüggvények szorzatának összeggé alakítása</p> <p>A ciklotetrikus függvények értékeinek kiszámítása</p> <p>⇒ A ciklotetrikus függvények grafikonjai és jellegzetességei</p> <p>Trigonometrikus egyenletek</p> <p>⇒ Szögfüggvények a technikában és a természettudományban</p> | <ul style="list-style-type: none"> – felírja és alkalmazza a derékszögű háromszögben levő szögfüggvényeket, – levezeti a szögek szögfüggvényértékeit: $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, – levezeti és alkalmazza a kapcsolatokat az egyenlő szög szögfüggvényei között, – alkalmazza a számológépet, – alkalmazza a tetszőleges szög szögfüggvény értékeit, – ismeri és alkalmazza a szögfüggvény jellegzetességeit, – ismeri és megmagyarázza a fogalmakat különböző reprezentációk segítségével (táblázattal, grafikonnal, egységkörrel, analitikus módon), – alkalmazza a szögfüggvény grafikonok transzformációit, – megrajzolja és interpretálja a szögfüggvény grafikonjait, – alkalmazza az addíciós tételeket, – alkalmazza a kétszeres szög szögfüggvényeit – alkalmazza a kétszeres szög szögfüggvényeit (⇒ és a félszög szögfüggvényeit) a trigonometrikus egyenleteknél és a nehezebb feladatokban problémák alapján, – ⇒ alkalmazza a szorzattá alakítást a kifejezéseknél, és ezeket fel tudja használni az egyenleteknél, – kiszámítja a ciklotetrikus függvények értékeit – ⇒ a ciklotetrikus függvényt ábrázolja, – megoldja a trigonometrikus egyenletet, – interpretálja és elemzi az analitikus megoldásokat az adott probléma szempontjából, – alkalmazza a szögfüggvényeket nehezebb helyzetekben problémák alapján, ahol ki kell számítani a szöveget, – megoldja az egyszerű, az összetett, az autentikus és az eredeti problémákat. |
|--|---|

4.11 Kúpszeletek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A másodfokú algebrai egyenletek felírása	– megkeresi a természetben a kúpszeletek példáit,
Kör középponti helyzetben és a párhuzamosan eltoló kör	– összehasonlíttja és alkalmazza a kúpszeletek analitikus és geometrikus definícióját
Ellipszis középponti helyzetben és a párhuzamosan eltoló ellipszis	– a kört az ellipszis különös példaként interpretálja és ⇨ levezeti az ellipszis egyenletét a kör egyenletéből nyújtással a kiválasztott tengely irányában,
Hiperbola középponti helyzetben	
Parabola csúcsponti helyzetben	– elemzi az egyenletet és grafikus módon szemlélteti a köröket és az ellipsziseket a középponti helyzetben és párhuzamos eltoló helyzetben,
⇨ Párhuzamosan eltoló hiperbola és parabola	
⇨ A kúpszeletek érintői	– elemzi az egyenletet és grafikus módon szemlélteti a hiperbolákat és a parabolákat a csúcsponti helyzetben, – elemzi a parabola egyenlete különböző alakjait, – ⇨ megszerkeszti a kúpszeleteket – ⇨ megrajzolja a kúpszeletet a megfelelő számítógépes program segítségével is – ⇨ elemzi a párhuzamosan eltoló hiperbolák és parabolák grafikus szemléltetéseit, – ⇨ elemzi a párhuzamosan eltoló hiperbola és a parabola egyenleteit, – ⇨ analitikusan és grafikusán átdolgozza (meghatározza) a kúpszelet érintőit, – analitikusan és grafikusán meghatározza a kúpszelet és az egyenes metszéspontjait és két kúpszelet metszéspontjait a középponti helyzetben, – indokolja az eredmények értelmét a metszéspontok analitikus feldolgozásánál, – ⇨ megoldja a problémfeladatokat.

4.12 Sorozatok és sorok

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A sorozat definíciója	– példát fogalmaz, induktív módon következtet, általánosít és folytatja a sorozatot,
A sorozatok tulajdonságai (véges, végtelen, monoton, korlátos, konvergencia, ...)	– megtalálja és felírja a tagok közti kapcsolatot,
Számtani sorozat	– felírja a sorozat tagjait, ha adott néhány első tag és a sorozat rekurzív képlete,
Mértani sorozat	– megállapítja és elemzi a különbözően bemutatott sorozat tulajdonságait (számmal bemutatott sorozat, grafikus módon, analitikus módon, ...)
A számtani sorozat első n tagjának összege és a mértani sorozat első n tag összege	– olvassa és szemlélteti a különbözően adott ill. bemutatott sorozatokat,
A sorozat határértéke	– alkalmazza a sorozatok tulajdonságait,
Sorok	– előrejelezi és kiszámítja a sorozat határértékét,
A mértani sor konvergenciája	– megkülönbözteti a sorozatot a sortól,
Kamatoskamat-számítás	– megkülönbözteti a konvergencia és a divergens sor fogalmát,
Évjáradékok	– kiszámítja a sorozat első n tagjának összegét,
Amortizációs terv	– kiszámítja a mértani sor összegét,
	– megkülönbözteti a kamatszámítást a kamatoskamat számításától,
	– megkülönbözteti a konform és a relatív kamatlábat,
	– alkalmazza az ekvivalens tőkék elvét,
	– megkeresi a kamatozás mindennapi példáit, előremondja az elvárásokat, majd a szimulációs számítások alapján döntést hoz,
	– kiszámítja az évjáradékot és elkészíti az amortizációs tervet.

4.13 Differenciálszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Differenciálhányados, derivált, a derivált geometriai jelentése	– leírja a differenciálszámítás fogalmait grafikus, numerikus és analitikus prezentációk alkalmazásával,
Deriválási szabályok, az elemi függvények deriváltjai	– kiszámítja a differenciálhányados értékét, – kiszámítja a differenciálhányados határértékét,
A derivált alkalmazása	– megmagyarázza a derivált geometriai jelentését,
Extrémumok, a függvény növekedése és csökkenése	– ⇨ levezeti a deriválás egyszerű szabályait a derivált definíciója segítségével,
⇨ A függvény második deriváltja	– ⇨ levezeti a függvény deriváltját a deriválási szabályok segítségével,
⇨ függvény inflexiós pontja, konvex és konkáv függvény	– deriválja az elemi függvényeket és az összetett függvényeket,
⇨ A derivált függvények folytonossága	– ⇨ kiszámítja az implicit módon adott függvény deriváltját,
Extrémum-problémák	– megállapítja a deriválási (deriválhatatlan) pontokat a grafikontól,
⇨ A reális problémák modellezése és ezek megoldása a differenciálszámítás módszerek segítségével	– a függvények tulajdonságait a függvény deriváltjával (előrejelzi a tulajdonságokat, ábrázolja a grafikont, ...) kapcsolja össze, – felírja az érintő egyenletét és a normálegyenletet a görbe adott pontjában, – kiszámítja a két görbe hajlásszögét, – elemzi a deriválttal rendelkező függvényt (megmagyarázza az extrémumokat, meghatározza a növekedési és fogyási (csökkenési) intervallumokat) és megrajzolja a grafikont, – ⇨ összeköti a függvény folytonossága és deriválása fogalmát az adott intervallumon, – megold egyszerű extrémum-problémát, – ⇨ reális extrémum-problémát old meg és megfelelően interpretál.

4.14 Intergrálszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Határozatlan integrál (primitív függvény)– A határozatlan integrál jellegzetességei	– megmagyarázza a függvényderivált és a határozatlan integrál közti kapcsolatot,
⇒ Helyettesítéssel módszer	– ismeri az elemi integrálok tábláját és ezek kapcsolatát a deriváltak táblájával,
⇒ A »per partes« integrálás	– alkalmazza a határozatlan integrál jellegzetességeit,
⇒ A racionális függvények integrálása	– ⇒ integrál helyettesítési módszerrel,
Határozott integrál	– ⇒ integrál »per partes« módszerrel,
A határozott integrál jellegzetességei	– ⇒ integrálja a racionális függvényeket (résztörtekre való bontással),
A határozatlan és határozott integrál közti kapcsolat	– ismeri a határozott integrál geometriai jelentését,
A határozott integrál alkalmazása (területek, ⇒ forgástestek térfogata, ...)	– alkalmazza a határozott integrál jellegzetességeit, – alkalmazza a határozatlan és határozott integrál közti kapcsolatot, – megoldja az egyszerű matematikai és valós problémákat.

4.15 Kombinatorika

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A kombinatorika alaptétele, kiválasztási fa	– kiszámítja: $n!$,
Az összeg szabálya	– megkülönbözteti az egyes kombinatorikai fogalmakat,
Permutációk	– kiszámítja a binomális együttható értékét,
Ismétléses permutációk	– felírja a binom hatványát polinom alakban.
Variációk	
Ismétléses variációk	
Kombinációk	
Binomális tétel	
Pascal-háromszög	

4.16 Valószínűségszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A valószínűségszámítás alapvető fogalmai: kísérlet, esemény, eseménytér	– felírja az eseményeket és számol velük,
Számítás eseményekkel	– megkeresi egy kísérlet összes eseményét,
Szubjektív valószínűség, empirikus valószínűség, a matematikai valószínűség, az esemény valószínűsége	– megkülönbözteti a szubjektív, empirikus és matematikai valószínűséget,
Az ellentétes események valószínűsége kiszámítása, az események összege valószínűségének kiszámítása	– megérti és összekapcsolja az empirikus és a matematikai valószínűséget,
⇒ Feltételes valószínűség	– ismeri és alkalmazza a matematikai valószínűség definícióját,
⇒ Az események szorzatának valószínűségszámítása, független események	– az egyes események adott valószínűségeiből kiszámítja az egyéb események valószínűségeit,
⇒ Független kísérletek sorozata	– ⇒ megkülönbözteti az egymást kizáró és független események fogalmait,
Normális eloszlás	– alkalmazza a mintateret.

4.17 Statisztika

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Statisztikai alapfogalmak	– megkülönbözteti a tanulmányozott jellegzetességet (változót), egységet, a változó értékét, mintát, populációt,
Az adatok fajtái	– felismeri az egység tanulmányozott jellegzetességét,
Az adatok gyűjtése	– megkülönbözteti a leíró vagy minőségi adatokat, sorozat vagy ordinális és numerikus vagy kvantitás adatok közt,
Az adatok rendezése és strukturálása	– összegyűjti az adatokat, ezeket rendezi és strukturálja,
Az adatok bemutatása (oszlopdíagram, pozíciódiagram, kördiagram, hisztogram, sugárdiagram, vonal- és görbegráfon, box telek)	– kiválasztja a megfelelő diagramot az adatok bemutatására,
Számtani közép, középérték (medián), módusz	– olvassa, elkészíti és interpretálja a statisztikai diagramokat,
Variációs távolság, standard eltérés, két szélső kvartilis közti távolság	– kifejleszt egy kritikus viszonyt az eredmények interpretálása során,
Statisztika feladatok	– ismeri és alkalmazza az adatok különböző összefoglalási módjait,
	– kiválaszt egy megfelelő módot az adatok összefoglalására az adatok fajtája szempontjából,
	– kiszámítja, megbecsüli és interpretálja a számtani közepet, a móduszt és a médiánt az adatok centralizálása méreteként,

Tartalmak**Célok**

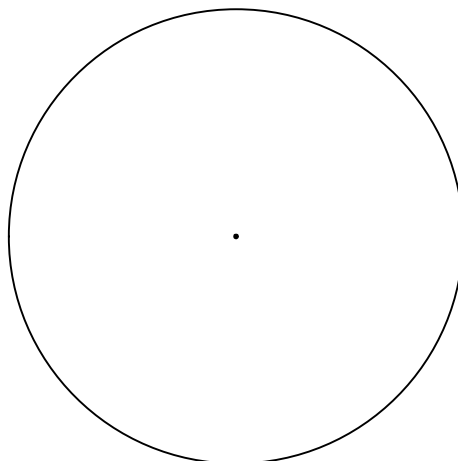
- megbecsüli az egyszerű kapcsolatokat a statisztikus változók közt,
- kiszámítja, megbecsüli és interpretálja a variációs távolságot, a standard eltérést és két szélső kvartilis közti távolságot az adatok szétszórása méreteként,
- a teljes empirikus kutatás eljárásában alkalmazza az adatokkal való munka tudását (kiválasztja a témát, felállítja a kutatási kérdést, összegyűjti az adatokat, azokat rendezi és strukturálja, majd elemzi, bemutatja és a kapott eredményeket interpretálja).

5 AZ ÍRÁSBELI VIZSGA PÉLDAFELADATAI

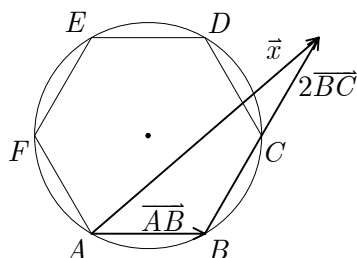
5.1 Feladat rövid válaszokkal

Az $r = 3$ cm sugárú körbe rajzolja be az $ABCDEF$ szabályos hatszöget. Rajzolja meg az $\vec{x} = \vec{AB} + 2\vec{BC}$ vektort és számítsa ki a hosszát! Az eredményt kerekítse miliméterekre!

(7 pont)



Megoldások és az értékelési útmutatók



A hatszög megrajzolása 1 pont
 Az \vec{x} vektor megrajzolása 2 pont
 (csak a $2\vec{BC}$ vektor ... 1 pont)

1. mód

Koszinusztétel az \vec{x} vektor hosszúsága kiszámítására 3 pont
 (a koszinusztétel képlete ... 1 pont
 a háromszög két oldala hosszúságának behelyettesítése ... 1 pont
 annak megállapítása, hogy a B csúcsonál levő szög 120° ... 1 pont)

2. mód

Az \vec{x} vektor hosszúságának kiszámítása skaláris szorzat segítségével 3 pont
 (felírás, pl. $|\vec{x}|^2 = (\vec{AB} + 2\vec{BC}) \cdot (\vec{AB} + 2\vec{BC})$... 1 pont
 megállapítás $|\vec{AB}| = 3$, $|\vec{BC}| = 3$, az \vec{AB} és \vec{BC} által közbezárt szögi 60° ... 1 pont
 annak figyelembevétele, hogy: $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos 60^\circ$... *1 pont)

Eredmény, pl. $|\vec{x}| \doteq 7,9$ cm = 79 mm 1 pont

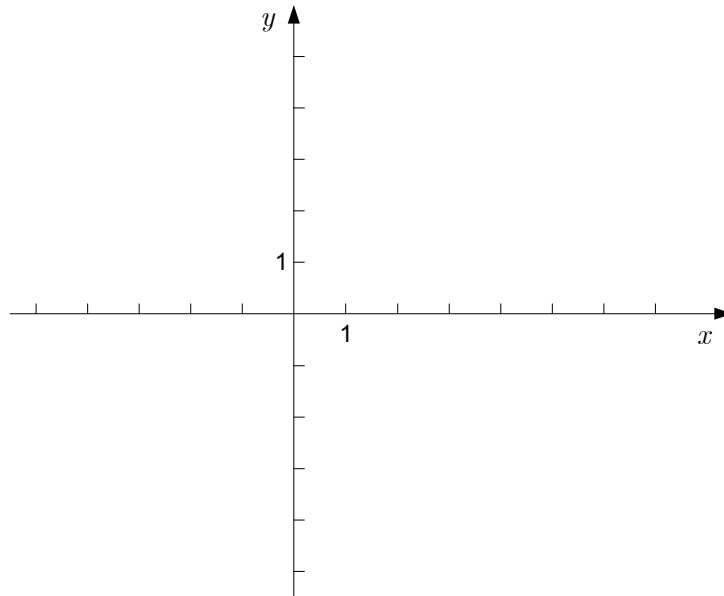
Megjegyzés: *1 pont az eljárási pontot jelöli.

5.2 Strukturált feladat

1. Adott az $f(x) = \sqrt{x}$ függvény.

1.1 Rajzolja meg a $g(x) = 2f(x) - 3$ függvény grafikonját! Írja fel a g függvény értelmezési tartományát és értékészletét, számítsa ki a gyökét (zérushelyét)!

(4 pont)



1.2 A $T(4, y_1)$ pontban normálát állítunk az $y = 2\sqrt{x} - 3$ görbére. Írja fel az említett normála egyenletét!

(4 pont)

1.3 Legyen $h(x) = f(x) + a$, $a \in \mathbb{R}^+$. Határozza meg az a -t úgy, hogy azon síkidom területe, mely a h függvény grafikonja és az x tengely közt van a $[0, 4]$ intervallumon, egyenlő lesz $\frac{20}{3}$ - dal!

(4 pont)

1.4 Legyen $u(x) = f(x + b)$, $a \in \mathbb{R}^+$. Határozza a b -t úgy, hogy azon síkidom területe, mely az u függvény grafikonja és az y tengely közt van, egyenlő lesz $\frac{54}{3}$ - dal!

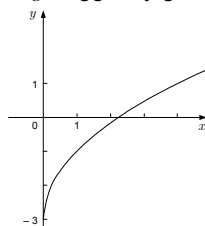
(4 pont)

Megoldások és az értékelési útmutatók

Összesen: 16 pont

1.1 4 pont

A g függvény grafikonjának megrajzolása 1 pont



Az értelmezési tartomány felírása, pl. $D_g = [0, \infty)$ 1 pont

Az értékészlet felírása, pl. $Z_g = [-3, \infty)$ 1 pont

A gyök kiszámítása $\frac{9}{4}$ 1 pont

1.2 4 pont

Derivált kiszámítása, pl. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 1 pont

Az irányénevező kiszámítása: $k_t = \frac{1}{2}$ *1 pont

Felírás vagy a képlet alkalmazása $k_n = -\frac{1}{k_t}$ 1 pont

A normálegyenlet felírása $y = -2x + 9$ 1 pont

1.3 4 pont

$S = \int_0^4 (\sqrt{x} + a) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + ax \right) \Big|_0^4$ (1+*1) 2 pont

Az egyenlet felírása, pl. $\frac{2}{3} \cdot 8 + 4a = \frac{20}{3}$ *1 pont

Az eredmény felírása $a = \frac{1}{3}$ 1 pont

1.4 4 pont

$S = \int_{-b}^0 \sqrt{x+b} dx = \frac{2}{3} (x+b)^{\frac{3}{2}} \Big|_{-b}^0$ (1+1) 2 pont

Az egyenlet felírása, pl. $\frac{2}{3} \cdot b^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{3}$ *1 pont

Az eredmény felírása $b = 9$ 1 pont

6 SZÓBELI VIZSGA

A jelölt a szóbeli vizsgát az iskolai vizsgabizottság előtt teszi le, a vizsga szabályos lebonyolításáról a bizottság gondoskodik, valamint a jelölt eredményeit pontozza és gondoskodik a pontok helyes kiszámításáról.

A jelölt a szóbeli vizsga lapján szereplő kérdésekre válaszol. Az említett vizsgalap három kérdésből áll, melyeket az Országos Tantárgyi Bizottság a matematika általános érettségire készít el. Az elméleti kérdéshez a szabályoknak megfelelően feladat is tartozik.

A vizsgáztató a jelöltnek egyéb kérdéseket is feltehet, melyekkel elemezi a vizsgalap kérdéseit, ennél pedig nem terjeszti ki a felírt kérdést vagy feladatot.

A jelölt a szóbeli vizsgán 15 perces felkészülési időt kap, továbbá egy alkalommal új vizsgalapot kérhet. A szóbeli vizsga maximum 20 percig tart.

► Az ASZ vizsgalap példája

1. **Deliniálja két egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! Hogyan számítjuk ki ezeket? Mikor relatív prím két szám?**

Számítsa ki a 630 és 168 számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!

2. **Deliniálja az $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$) gyökfüggvényt! Rajzolja meg grafikonját az $n = 2$, $n = 3$ esetén és írja fel ezek értelmezési tartományát és értékkészletét!**

3. **Mi az események összege, és mi az ellentett esemény? Hogyan számítjuk ki ezek valószínűségét?**

Feldobunk egy szabályos játékkockát. Az A esemény akkor történik, amikor páros pontszám esik le, a B esemény pedig akkor, amikor több mint 2 pont esik le. Számítsa ki az $A \cup B$ és a B események valószínűségét!

► Az ESZ vizsgalap példája

1. \Rightarrow **Definiálja az $f(x) = \arccos x$ függvényt! Mi ennek az értelmezési tartománya és mi az értékkészlete? Rajzolja meg az f függvény grafikonját!**

Számítsa ki az $\arccos \frac{1}{2}$, $\arccos 0$, $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ és $\arccos(-1)$ értékeket!

2. \Rightarrow **Fejezze ki az ABC háromszög (a térben) súlypontjának koordinátáit az A , B és C pontok koordinátaival! A képletet vezesse le vektorok segítségével!**
3. **Hogyan számítjuk ki határozott integrál alkalmazásával egy olyan síkidom területét, amely két függvény grafikonjával van meghatározva?**

Számítsa ki azon síkidom területét, mely az $f(x) = x + 1$ és a $g(x) = x^2 - 2x - 3$ függvények grafikonjaival van meghatározva!

A továbbiakban a szóbeli kérdések szerepelnek. Az Országos Tantárgyi Bizottság a matematika általános érettségi szóbeli vizsgakérdéseit módosíthatja, eliminálhatja és kiegészítheti.

6.1 A logika alapjai

1. Mi az esemény? Mi az ellentétes esemény? Mit értünk az állítások konjunkcióján és mit a diszjunkcióján? Fogalmazza meg, mikor igaz a negáció, mikor a konjunkció és mikor a diszjunkció?
2. Mit értünk a kijelentések implikációján? Mit értünk a kijelentések ekvivalenciáján? Mikor helyes (igaz) a kijelentések implikációja és mikor az ekvivalenciája?

6.2 Halmazok

1. Mit értünk üres halmazon? Mit értünk alaphalmazon? Mit értünk kiegészítő halmazon? Mit értünk két halmaz különbségén?
2. Mikor egyenlő két halmaz? Mit értünk részhalmazon? Mit értünk a halmazok egyesítésén (unióján) és mit a metszetén?
⇒ Az A halmazban n elem van, a B halmazban pedig m . Hány eleme lehet az $A \cup B$ -nek és $A \cap B$ -nek?
3. ⇒ Mi a halmazok Descartes-féle szorzata? Hogyan mutatjuk be grafikus módon a Descartes-féle szorzatot? Az A halmazban n elem van, a B halmazban pedig m . Hány eleme van az $A \times B$ -nek?
4. ⇒ Mit értünk hatványhalmazon? Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?

6.3 Számhalmazok

6.3.1 Természetes számok és egész számok

1. Sorolja fel a \mathbb{N} és \mathbb{Z} halmazokban levő alapvető számítási műveleteket és ezek jellegzetességeit!
2. Definiálja a páros és a páratlan számokat! Bizonyítsa:
a) két páratlan szám összege páros szám!
b) páratlan szám négyzete páratlan szám!
3. Definiálja a prímszám és az összetett szám fogalmát. Írja fel mindazok prímszámok halmazát, melyek kisebbek 20-nál! Írja le a természetes szám prímszámok szorzattá történő felírását!
4. ⇒ Magyarázza meg a teljes indukció elvét!
5. Definiálja az oszthatóságot az \mathbb{N} -ben $(a|b)$, és sorolja fel tulajdonságait!
6. Definiálja két egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! Hogyan számítjuk ki őket? Mikor relatív prím két szám?
7. ⇒ Fogalmazza meg az euklideszi algoritmus lényegét, és mondja el, mihez alkalmazzuk!
8. Fogalmazza meg a maradékos osztás tételét! Mit mondhat az a és b számokról, ha az a szám b számmal való osztásánál a maradék 0?
9. Sorolja fel a 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as, 9-es és 10-es számmal való osztás oszthatósági kritériumait!
⇒ Vezesse le a 2-es és a 4-es számmal való osztás oszthatósági kritériumait!

6.3.2 Racionális számok

10. Mi a tört? Mikor ábrázolja két tört ugyanazt a racionális számot? Definiálja a racionális számokkal való műveleteket!
11. \Rightarrow Hogyan rendezett a \mathbb{Q} halmaz? Mutassa be, hogy két racionális szám között legalább még egy racionális szám van!
12. Hogyan írjuk fel a racionális számot tizedestört alakban? Mikor véges ez az alak?
13. Magyarázza meg a fogalmakat: arány, alap, rész, relatív rész és százalék!

6.3.3 Valós számok

14. Mely valós számokat nevezünk racionálisnak és melyeket irracionális számoknak? Mit tud mondani ezen számok tizedestört alakjairól?
15. \Rightarrow Írja fel az irracionális számok valamennyi példáját! Hogyan írjuk ezeket fel tizedestört alakban? Bizonyítsa be, hogy a $\sqrt{2}$ nem racionális szám!
16. Definiálja a számegyenest! Hogyan ábrázoljuk a racionális és a valós számokat a számegyenesen?
17. Mit értünk intervallumokon (definíció és a számegyenesen való ábrázolás, az intervallumok fajtái)?
18. Definiálja a valós szám abszolút értékét és sorolja fel az alapvető jellegzetességeit!
19. \Rightarrow Mi a közelítő érték abszolút és mi a relatív hibája?

6.3.4 Komplex számok

20. Adja meg a komplex számok bevezetésének az okát és definiálja a \mathbb{C} halmazt!
21. Sorolja fel a műveleteket a \mathbb{C} -ben, és magyarázza el tulajdonságait!
22. Definiálja a komplex szám abszolút értékét, és sorolja fel tulajdonságait!
23. Definiálja a \bar{z} komplex szám konjugáltját, és sorolja fel tulajdonságait!
24. \Rightarrow Mutassa be, hogy a két komplex szám összegének konjugáltja egyenlő azok konjugáltjainak összegével!
25. \Rightarrow Mutassa be, hogy két komplex szám szorzatának konjugáltja egyenlő azok konjugáltjainak szorzatával!
26. Hogyan ábrázoljuk a komplex számokat a komplex számsíkban? Ábrázolja a következő műveleteket a \mathbb{C} komplex számsíkban: összeadás, szorzás (-1)-gyel, szorzás pozitív valós számmal, konjugálás!
27. \Rightarrow A komplex számsíkban határozza meg azoknak a z komplex számoknak halmazát, melyeknek:
 - (a) adott az abszolút értéke,
 - (b) adott a valós része,
 - (c) adott a képzetes része,
 - (d) a valós része egyenlő a képzetes részével!

6.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek

1. \Rightarrow Bontsa tényezőkre az $a^n - b^n$ ($n \in \mathbb{N}$) kifejezést és győződjön meg arról, hogy a bontás helyes!
2. \Rightarrow Bontsa tényezőkre az $a^n + b^n$ kifejezést, ennél az n páratlan természetes szám, és győződjön meg arról, hogy a bontás helyes! Írja fel a tényezőkre való bontást $n = 3$ és $n = 5$ esetén!
3. Mi az egyenlet megoldása? Mikor egyenlőértékű két egyenlet? Írja le azon eljárást, mely az adott egyenletet átalakítja ekvivalens egyenletté!
4. Mit értünk egyenlőtlenségek megoldásán? Írja le az egyenlőtlenség megoldásának eljárását!

6.5 Hatványok és gyökök

1. Sorolja fel és indokolja a természetes kitevőjű hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!
2. Definiálja a negatív egész kitevőjű hatványt és sorolja fel az egész kitevőjű hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!
3. Definiálja az n -kitevőjű gyököt! Sorolja fel a gyökvonás szabályait!
4. Definiálja a pozitív alapú és racionális kitevőjű hatványt, és sorolja fel az ilyen hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!

6.6 A síkbeli és a térbeli geometria

1. Soroljon fel néhány alapvető törvényt, amelyek összekapcsolják a geometria alapelemeit: a pontot, az egyenest és a síkot!
2. Mikor párhuzamos két egyenes? Milyen jellegzetességekkel rendelkezik az egyenesek párhuzamossága a síkban? Fogalmazza meg a párhuzamosságról szóló axiómát!
3. Milyenek lehetnek a kölcsönös helyzetek:
 - a) két térbeli egyenesek közt?
 - b) két térbeli síkok közt?
 - c) térbeli egyenes és sík közt?
4. Definiálja a szakaszt és a szakasz hosszát, a szakaszhoz tartozó egyenesét és a szakasz felezőmerőlegességét (a síkban)! Mit értünk félegyenesen, félsíkon és féltéren?
5. Definiálja:
 - a) a pont merőleges vetületét az egyenesre!
 - b) a szakasz merőleges vetületét az egyenesre, amikor a szakasz és az egyenes azonos síkban fekszenek!
 - c) a pont merőleges vetületét a síkra!
 - d) a szakasz merőleges vetületét a síkra!
6. Mit értünk azon síkbeli pontok halmazán, amelyek:
 - a) ezen sík adott pontjától a távolságra fekszenek?
 - b) ezen sík két pontjától egyenlő távolságra fekszenek?
 - c) ezen sík adott egyenesétől a távolságra fekszenek?
7. \Rightarrow Definiálja a sík merev eltolásait! Sorolja fel és ábrázolja ezeket példákkal!
8. Mikor határoz meg három pont egy síkot? Hogyan lehet más módon meghatározni egy térbeli síkot?

9. Definiálja a szög fogalmát és magyarázza el a kifejezéseket: szár, csúcs, nullszög, derékszög, egyenesszög és teljesszög, hegyesszög és tompaszög! Milyen egységeket ismer a szög mérésére?
10. Definiálja a szögek egybevágóságát! Mi érvényes a párhuzamos ill. mi a merőleges szárú szögek esetén?
11. \Rightarrow Definiálja két egyenes hajlásszögét, az egyenes és sík hajlásszögét és két sík hajlásszögét! Mikor merőleges egymásra két sík?
12. \Rightarrow Mikor merőleges az egyenes a síkra? Mit mondhat:
(a) két egy síkra merőleges egyenesről?
(b) két egy egyenesre merőleges síkról?
13. Mit értünk háromszögön? Mikor lehet három szám egy háromszög oldalainak hossza? Milyen viszony lehet a háromszög oldalai és ezekkel szemben fekvő szögek közt?
14. Definiálja a háromszög belső és külső szögét! Bizonyítsa be, hogy a háromszög belső szögeinek összege 180° ! Mennyi a háromszög külső szögeinek az összege?
15. Definiálja a háromszög fogalmait: súlyvonal, magasság, az oldalfelező merőlegese, szögfelező, a háromszögbe írt kör középpontja, a háromszög köré írt kör középpontja, súlypont és magasságpont!
16. Írja le az eljárásokat:
a) a háromszög köré írt kör szerkesztése!
b) a háromszögbeírt kör szerkesztése!
17. \Rightarrow Ábrázolja derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot! Hány hasonló háromszöget kap? Feleletét indokolja meg! Vezesse le az Euklidesz tételét!
18. \Rightarrow Ábrázolja derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot! Hány hasonló háromszöget kap? Feleletét indokolja meg! Vezesse le a magasságtételt!
19. Sorolja fel a háromszög egybevágóság tételeit!
20. Mikor hasonló két háromszög? Soroljon fel néhány, a háromszögek hasonlóságára vonatkozó tételt! Mit tud a hasonló háromszögek kerületéről és területéről?
21. Fogalmazza meg a koszinusztételt és a Pitagorasz-tételt! Mikor alkalmazzuk ezeket?
22. \Rightarrow Bizonyítsa be a koszinusztételt! Alkalmazza a koszinusztételt a derékszögű háromszögben! Mit kap?
23. Fogalmazza meg a szinusztételt! Mikor alkalmazzuk?
24. \Rightarrow Bizonyítsa be, hogy az ABC háromszögben érvényes a következő egyenlőség:
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R!$$
25. Definiálja a paralelogrammát! Soroljon fel speciális paralelogrammákat!
26. \Rightarrow Bizonyítsa be, hogy a paralelograma átlói felezik egymást!
27. \Rightarrow Bizonyítsa be, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!
28. Definiálja a trapézt és az egyenlő szárú trapézt, és sorolja fel tulajdonságai! Mi a trapéz középvonala? Hogyan számítjuk ki a trapéz területét?
29. Mennyi egy tetszőleges n -szög belső szögeinek összege? Mennyi a konvex n -szög átlóinak száma? Definiálja a szabályos n -szöget!
 \Rightarrow Vezesse le a konvex n -szög átlóinak számát megadó képletet!
30. \Rightarrow Definiálja a kört! Írja le két, azonos síkban fekvő kör kölcsönös helyzetét! Keresse meg a sugarak és a középpontok távolságai közti összefüggéseket!
31. Milyen lehet azonos síkban fekvő egyenes és kör kölcsönös helyzete? Mi a kör érintője? Hogyan szerkesztünk körhöz az adott pontjában érintőt?
32. \Rightarrow Hogyan szerkesztünk körhöz egy adott pontból érintőt? Milyen helyzeteket különböztetünk meg? A szerkesztést indokolja meg!

33. Definiálja a középponti és a kerületi szöget! Mi az összefüggés az azonos ívhez tartozó kerületi és középponti szög közt? Fogalmazza a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!
 ⇒ Bizonyítsa be a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!

6.7 Geometriai síkidomok és testek

1. Fogalmazza meg a paralelogramma, háromszög, deltoid és trapéz területképletét!
2. ⇒ Vezesse le a paralelogramma és a trapéz területképletét!
3. ⇒ Vezesse le a a háromszög és a delotid területképletét!
4. Adja meg a négyzet, a téglalap, a rombusz, a szabályos háromszög és a derékszögű háromszög területképletét!
5. Adja meg a kör területképletét és kerületképletét! Hogyan számítjuk ki a körív hosszát és a körcikk területét?
6. ⇒ A szabályos n -szög az R – sugárú körbe van beírva. Fejezze ki a n -szög oldalát és területét az adott sugár segítségével!
7. Írja le a hasábot! Mikor:
 - a) egyenes a hasáb?
 - b) egyenlőoldalú a hasáb?
 - c) n -oldalú a hasáb?
 - d) szabályos a hasáb?
 Adja meg az egyenes hasáb térfogatképletét és felszínképletét!
8. Írja le az egyenes körhengert! Mi az ilyen körhenger metszete a körhenger tengelyét tartalmazó síkkal? Mi az ilyen körhenger metszete a körhenger tengelyére merőleges síkkal? Adja meg az egyenes körhenger felszínképletét és térfogatképletét!
9. Írja le a gúlát! Írja le:
 - a) az egyenes gúlát!
 - b) az egyenlő oldalú gúlát!
 - c) a n -oldalú gúlát!
 - d) a szabályos gúlát!
 Adja meg a szabályos gúla felszínképletét és térfogatképletét!
10. Írja le az egyenes körkúpot! Adja meg a felszínképletét és térfogatképletét!
 ⇒ Mit tud a körkúpok nevezetes metszeteiről az alaplappal párhuzamos síkkal? Mi az ilyen kúp metszete azzal a síkkal, amely tartalmazza a kúp tengelyét?
11. ⇒ Milyen geometriai testet kap, ha 360° -kal megforgatja:
 - a) a téglalapot az egyik oldala körül?
 - b) a derékszögű háromszöget az egyik befogója körül?
 - c) a félkört az átmérője körül?
12. Mit értünk gömbön? Adja meg a felszínképletét és térfogatképletét!

6.8 A síkbeli és a térbeli vektorok

1. Mikor egyenlő két vektor? Mi a nullvektor és mi az ellentett vektor? Hogyan adjuk össze és vonjuk ki a vektorokat (grafikusan)?
2. Definiálja a vektor szorzatát számmal, és sorolja fel e művelet tulajdonságait! Mikor kollineáris két vektor? Mi az egységvektor?
3. Definiálja a vektorok lineáris kombinációját! Mi a sík (tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort a sík (tér) adott bázisvektorainak lineáris kombinációjaként? Mi az ortonormált bázis?

4. \Rightarrow Definiálja a vektorok lineáris kombinációját! Mikor lineárisan függetlenek a síkbeli (térbeli) vektorok? Mi a sík (tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort a sík (tér) adott bázisvektorainak lineáris kombinációjaként?
5. Írja le a térbeli derékszögű koordináta-rendszert! Mi az A pont helyvektora? Írja fel az A pont helyvektorát az ortonormális bázisban! Milyen az A pont koordinátaival való kapcsolata?
6. \Rightarrow Fejezze ki az AB (térbeli) szakasz felezőpontjának koordinátáit az A és B pont koordinátaival! A képletet vezesse le a vektorok segítségével!
7. \Rightarrow Fejezze ki az ABC háromszög (a térben) súlypontja koordinátáit az A , B és C pont koordinátaival! A képletet vezesse le a vektorok segítségével!
8. Definiálja a skaláris szorzatot, és sorolja fel tulajdonságait! Adja meg két vektor merőlegességének kritériumát!
9. Hogyan számítjuk ki két vektor skaláris szorzatát az ortonormált bázisban? Hogyan számítjuk ki a vektor hosszát és két vektor által közbezárt szögét az ortonormált bázisban?

6.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

1. Írja le a derékszögű koordináta-rendszert a síkban és vezesse le a két pont távolságát megadó képletet!
2. Mit ábrázol mindazok $T(x, y)$ síkbeli pontok halmaza, melyek megfelelnek az egyes feltételeknek:
 - a) $y = 0$,
 - b) $x > 0$,
 - c) $x \leq 0$ és $y \geq 0$,
 - d) $x = -2$,
 - e) $2 \leq y \leq 4$,
 - f) $x^2 + y^2 \leq 4$?

6.10 Függvények

1. Határozza meg az $f : A \rightarrow B$ függvény (leképezés, transzformáció) fogalmát, valamint az értelmezési tartományát és az értékkészletét is! Mit értünk függvény grafikonján?
2. \Rightarrow Mikor injektív, szurjektív, bijektív az $f : A \rightarrow B$ függvény?
3. Mikor növekvő, csökkenő, korlátos, korlátlan a valós-valós függvény (A fogalmakat példákon is elmagyarázhatja!)?
4. Mikor páros és mikor páratlan a függvény? Milyenek az ilyen függvények grafikonjai?
5. \Rightarrow Határozza meg az inverz függvény fogalmát! Mikor létezik az inverz függvény? Határozzon meg legalább két pár inverz függvényt!
6. \Rightarrow Írja le, hogyan kapjuk meg az alábbi grafikonokat az $y = f(x)$ grafikonjából, ha:
 - a) $y = -f(x)$,
 - b) $y = f(-x)$,
 - c) $y = f(x) + c$,
 - d) $y = f(x - c)$,
 - e) $y = k \cdot f(x)$, $c, k \in \mathbb{R}^+$.

7. \Rightarrow Adja meg a $g \circ f$ összetett függvényt, ha $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$!
8. \Rightarrow Határozza meg a függvény határértékét és adja meg az összeg, különbség, szorzat és a hányados határérték kiszámítására való szabályokat!
9. \Rightarrow Magyarázza meg a függvény folyonossága fogalmát! Adjon egy példát, amikor a függvény csak egy pontban nem folytonos!
10. \Rightarrow Mire következtethet az f függvény grafikonjáról, ha:
 - a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ ali $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a,$
 - b) $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \infty$ ali $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty,$
 - c) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$?

6.10.1 Lineáris függvény

11. Definiálja a lineáris függvényt! Milyen a grafikonja? Hogyan függ a grafikon az irányítványozójától? Milyenek a grafikonok, ha a két lineáris függvény irányítványozója egyenlő?
12. Írja fel az egyenes egyenletét implicit, explicit és tengelymetszetes alakban! Melyik egyeneseket írhatjuk fel az előbbi alak valamelyikében?
13. Hogyan számítjuk ki két egyenes hajlásszögét az adott koordináta-rendszerben a síkban? Mikor párhuzamos és mikor merőleges két egyenes?
14. Írja fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét a síkban, amelyek
 - (a) áthaladnak a $T_0(x_0, y_0)$, ponton!
 - (b) nem metszik az adott egyenest!
15. \Rightarrow Hány megoldása van az $ax + b = 0$ egyenletnek az a és b különböző értékeinél?
16. Hogyan oldunk meg egyismeretlenes lineáris egyenlőtlenségeket? Mik a megoldáshalmazok?
17. \Rightarrow Vizsgálja meg az $ax + b \geq 0$ ($ax + b \leq 0$) lineáris egyenlőtlenséget!
18. Írja fel a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszer! Hogyan oldjuk meg? Hány megoldása van? Adja meg geometriai jelentését!

6.10.2 Hatványfüggvény és gyökfüggvény

19. Definiálja a természetes (páros, páratlan) kitevőjű hatványfüggvényt! Ábrázolja az $n = 2, 3$ kitevőjű hatványfüggvény grafikonjait, és írja le alapvető tulajdonságait!
20. \Rightarrow Definiálja a természetes kitevőjű hatványfüggvényt! Mutassa be, melyik hatványfüggvények párosak, illetve páratlanok, és a derivált segítségével keresse meg ezen függvények növekedési és fogyási (csökkenési) intervallumait!
21. Azonos kordináta-rendszerben ábrázolja az n -kitevőjű;hatványfüggvények grafikonjait, ha $n = -1, -2, -3$, és sorolja fel alapvető tulajdonságait! Mi a negatív kitevőjű hatványfüggvények közös tulajdonsága?
22. Definiálja az $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$) gyökfüggvényt! Ábrázolja az $n = 2, n = 3$ esetén, és adja meg ezek értelmezési tartományát és értékkészletét!

6.10.3 Másodfokú függvény

23. Mit értünk másodfokú függvényen? Mi az értelmezési tartománya? Sorolja fel a másodfokú függvény felírásának három leggyakoribb alakját, és magyarázza el az egyes paraméterek (együtthatók) jelentését!
24. Írja fel a vegyes másodfokú függvényt! Mi a jelentése egy másodfokú függvény esetében a másodfokú tag együtthatójának, a konstans tagnak és a diszkriminánsnak? Ábrázolja az $f(x) = ax^2; a \neq 0$ függvény grafikonját!
25. Hogyan számítjuk ki a másodfokú függvény tengelypontját? Írja fel a másodfokú függvény tengelyponti alakját!
 \Rightarrow vezesse le a másodfokú függvény tengelyponti alakját!
26. Írja fel a másodfokú egyenletet! Hogyan oldjuk meg? Milyen a megoldhatósága az \mathbb{R} -ben és a \mathbb{C} -ben?
27. \Rightarrow Fogalmazza meg és bizonyítsa az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenletre vonatkozó Viëta-képletet!
28. Hogyan oldunk meg másodfokú egyenlőtlenségeket? Mi a megoldáshalmaz? Segít az ábra!
29. \Rightarrow Melyik x -ekre éri el a másodfokú függvény az extrém értéket? Milyen ez az érték és mikor minimum ill. maximum?

6.10.4 Exponenciális és logaritmusfüggvény

30. Definiálja az exponenciális függvényt, adja meg az értelmezési tartományát és értékkészletét! Ábrázolja grafikonját, és írja le az alapvető tulajdonságait!
31. Definiálja az $a (a > 0, a \neq 1)$ alapú logaritmusfüggvényt, és adja meg az értelmezési tartományát és értékkészletét! Ábrázolja a grafikonját, és írja le az alapvető tulajdonságait!
32. Adja meg a logaritmus azonosságait!
33. \Rightarrow Bizonyítsa be ($a > 0, a \neq 1$):
 - a) $\log_a x^m = m \log_a x$!
 - b) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$!
34. \Rightarrow Adja meg az új alapra történő átlépés képletét a logaritmusoknál és bizonyítsa be!
35. \Rightarrow Magyarázza el az exponenciális függvény használatát a természetes növekedés alkalmazásában!

6.10.5 Polinomok. Racionális törtfüggvények

36. Definiálja a polinomot, és írja le a polinomokkal való alpműveleteket (összeadás és szorzás)! Mikor egyenlő két polinom?
37. Fogalmazza meg a polinomok osztására vonatkozó alaptételt! Írja le a lineáris polinommal való osztást!
38. Írja le (indoklás, bizonyítás nélkül) a Horner-féle eljárást, és magyarázza el alkalmazását!
39. Mi a polinom zérushelye? Hány zérushelye van az n -edik fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét?
40. \Rightarrow Mi a polinom zérushelye (egyszerű, n -ed fokú)? Fogalmazza meg az algebra alaptételét! Hány gyöke van az n -ed fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét?

41. Hány valós (komplex) gyöke van a 3-ad fokú és a 4-ed fokú valós együtthatós polinomnak? Határozzon meg minden lehetőséget! Válaszát indokolja meg!
42. \Rightarrow Mutassa be, hogy két valós együtthatós tényezőre bontható az $n \geq 3$ fokú valós együtthatójú polinom egy $a + bi$, $b \neq 0$, komplex zérushely ismeretében!
43. Hogyan keressük meg az egész együtthatós polinom egész vagy racionális zérushelyeit?
 \Rightarrow Válaszát indokolja!
44. \Rightarrow Magyarázza el a biszekció módszert a polinom valós zérushelyei keresésénél, illetve az egyenletek megoldásánál! Megtalálhatjuk-e biszekcióval a páros rendű zérushelyet?
45. Magyarázza el a polinom grafikonja rajzolásának eljárását! Mi a szerepe a grafikon ábrázolásánál a legmagasabb fokú tag együtthatójának, és mi a konstans tagnak? Hogyan viselkedik a polinom grafikonja a zérushely közelében?
46. Hol változtatja meg a polinomfüggvény az előjelét? Hogyan oldunk meg polinom egyenlőtlenséget?
47. Definiálja a racionális törtfüggvényt! Mi a racionális törtfüggvény zérushelye, és mi a pólusa? Hogyan viselkedik a racionális törtfüggvény grafikonja a végtelenben? Mikor van a racionális törtfüggvény grafikonjának vízszintes aszimptotája, és hogyan határozzuk meg?
 \Rightarrow Mikor van a racionális törtfüggvény grafikonjának ferde aszimptotája és hogyan számítjuk ki?
48. \Rightarrow Hol változtatja meg a racionális törtfüggvény az előjelét? Hogyan oldunk meg racionális egyenlőtlenséget?

6.10.6 Szögfüggvények

49. Definiálja az $f(x) = \sin x$ függvényt tetszőleges szög esetén, és sorolja fel tulajdonságait!
50. Definiálja az $f(x) = \cos x$ függvényt tetszőleges szög esetén, és sorolja fel tulajdonságait!
51. Rajzolja meg az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját! Írja fel a zérushelyeit és az extrémumjait!
52. \Rightarrow Rajzolja meg az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!
53. Rajzolja meg az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját! Írja fel a zérushelyeit és az extrémumjait!
54. \Rightarrow Rajzolja meg az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!
55. Definiálja az $f(x) = \tan x$ függvényt tetszőleges szög esetén és sorolja fel tulajdonságait!
56. Rajzolja meg az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját! Írja fel az értelmezési tartományát és a zérushelyeit!
57. \Rightarrow Rajzolja meg az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!
58. Adja meg és bizonyítsa be a pótszögek, a kiegészítő szögek és a negatív szögek közti kapcsolatokat mind a négy szögfüggvényre!
59. Definiálja a hegyesszögek szögfüggvényeit a derékszögű háromszögben, és vezesse le a köztük levő alapkapcsolatokat!
60. A szinusz szögfüggvény segítségével fejezze ki a többi három szögfüggvényt az α szög esetén:
 - a) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$!
 - b) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$!

61. Adja meg a szinusz és a koszinusz addíciós tételét!. Vezesse le a kétszeres szög szinusz- és koszinuszképletét!
62. Azonos koordináta-rendszerben rajzolja meg a szinusz- és a koszinuszfüggvény grafikonját és számítsa ki a metszéspontok koordinátáit!
63. \Rightarrow Írja le, hogyan rajzoljuk meg a következő függvények grafikonjait:
 a) $f(x) = a \sin x$, $a \in \mathbb{R}$,
 b) $f(x) = \sin kx$, $k \in \mathbb{N}$,!
 c) $f(x) = \sin(x - b)$, $b \in \mathbb{R}$,!
 d) $f(x) = \sin x + c$, $c \in \mathbb{R}$.!
64. A szögfüggvények periodikus függvények. Magyarázza meg és indokolja ezt a tulajdonságot!
65. \Rightarrow Definiálja az $f(x) = \arcsin x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és mi értékkészlete? Rajzolja meg az f függvény grafikonját!
66. \Rightarrow Definiálja az $f(x) = \arccos x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és mi értékkészlete? Rajzolja meg az f függvény grafikonját!
67. \Rightarrow Definiálja az $f(x) = \arctan x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és mi értékkészlete? Rajzolja meg az f függvény grafikonját!

6.11 Kúpszeletek

1. Sorolja fel és ábrázolja a kúpszeleteket! Magyarázza el a kúpszelet elnevezést!
2. Adja meg a kör geometriai definícióját! Írja fel a $S(p, q)$ középpontú és r sugarú kör egyenletét!
3. \Rightarrow Adja meg a kör geometriai definícióját! Vezesse le azon kör egyenletét, melynek a középpontja a koordináta-rendszer kiindulópontjában van és a sugara r ! Írja fel a $S(p, q)$ középpontú és r sugarú kör egyenletét! Melyik feltétel szükséges ahhoz, hogy az $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ egyenlet kör egyenlete legyen?
4. Adja meg az ellipszis geometriai definícióját, és írja fel azon egyenletét, melyben a főtengelyek a koordinátatengelyeken fekszenek! Az ellipszist ábrázolja! Írja fel azon ellipszis egyenletét, melynek a középpontja az $S(p, q)$ pont és melynek a főtengelyei párhuzamosak a koordinátatengelyekkel!
5. Adja meg a hiperbola geometriai definícióját, és írja fel azon egyenletét, melyben a főtengelyek a koordinátatengelyeken fekszenek! A hiperbolát ábrázolja!
 \Rightarrow Írja fel azon hiperbola egyenletét, melynek a középpontja az $S(p, q)$ pont!
6. Adja meg a parabola definícióját, és írja fel csúcsponti egyenletét! Határozza meg az $y^2 = 2px$ és $y = ax^2$ egyenletű parabola fókuszpontjának a koordinátáit és vezéregyenesének az egyenletét!
 \Rightarrow Írja fel azon parabola egyenletét, melynek a csúcspontja a $T(r, d)$ pont!
7. \Rightarrow Milyen síkponthalmazokat állíthat elő az $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$, egyenletű görbe, ha legalább egy az A és C paraméterek közt nem 0?

6.12 Sorozatok és sorok

- ⇒ Mi a pont ε – környezete a számegyenesen? Írja fel a feltételét annak, hogy az adott x szám az a szám ε – környezetében fekszik!
- Mi a sorozat? Mikor növekedő (csökkenő), mikor korlátos?
- ⇒ Mi a sorozat határértéke? Sorolja fel a konvergens sorozatok határértékeivel való műveletek szabályait!
- Mikor számtani a sorozat? Írja fel az általános n -edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két szám számtani közepén?
- Mikor mértani a sorozat? Írja fel az általános n -edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két pozitív szám mértani közepén?
- ⇒ Bizonyítsa be, hogy két pozitív szám mértani közepe kisebb vagy egyenlő ugyanazon számok számtani közepével! Melyik feltételnél egyenlő mindkét közép?
- ⇒ Mi a sorozat és mikor konvergens?
- Mikor van a végtelen mértani sorozatnak összege, és mennyi ez?
- Írja fel és magyarázza el a kamatoskamat-számítás alapfogalmait és képleteit!

6.13 Differenciálszámítás

- Fogalmazza meg az f függvény deriváltját egy adott pontban és adja meg a geometriai jelentését!
- Határozza meg azokat a szabályokat, amelyek megadják két függvény összegének, szorzatának, hányadosának és a a függvény számszorosának deriváltját!
⇒ Vezesse le azon képletet, amelyen deriválható a függvény számszorosa!
- Határozza meg a függvény lokális extrémumát és a függvény extrémumát az adott környezetben! Hogyan határozzuk meg a deriválható függvény extrémumait az adott zárt intervallumon?
- Mi a stacionárus pont? Hogyan állapítjuk meg a derivált segítségével, ha az adott zárt intervallumon a függvény növekvő vagy csökkenő? Hogyan állapítjuk meg a deriváltfüggvény viselkedéséből: extrémum van-e a stacionárus pontban?
- Számítsa ki a következő függvények deriváltjait:
 $f(x) = ax^n + b$, $g(x) = c\sqrt[n]{x^m}$, $h(x) = \cos ax$; $u(x) = e^x \ln x$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $n, m \in \mathbb{N}$
- Hogyan számítjuk ki a függvénygörbe és az abszcisszatengely hajlásszögét? Hogyan számítjuk ki az f és a g függvénygrafikonok hajlásszögét?
- ⇒ Mi a stacionárus pont? Hogyan állapítjuk meg a függvény második deriváltjából: extrémum van-e a stacionárus pontban? Írja le a konvex és a konkáv függvényeket!

6.14 Integrálszámítás

- Mi az f függvény határozatlan integrálja? Hogyan számítjuk ki két függvény összegének ill. különbségének határozatlan integrálját és a függvény számszorosának határozatlan integrálját!
- Fogalmazza meg a folytonos függvény határozott integrál geometriai jelentését az adott intervallumon és az integrálszámítás alapvető képletét (Newton-Leibniz képlet)!
- Sorolja fel a következő határozatlan integrálokat:
 $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $g(x) = mx^n$ ($m, n \in \mathbb{R}$), $h(x) = \sin x$, $u(x) = e^{kx}$ ($k \in \mathbb{R}$)!

4. ⇒ Adja meg és magyarázza meg a forgástest térfogatát megadó képletét!
5. Hogyan számítjuk ki határozott integrál segítségével azon síkidom területét, amely két függvény grafikonjaival van határolva?
6. ⇒ Példán magyarázza el újabb ismeretlen bevezetését a határozatlan és a határozott integrál számításában (integrálás helyettesítéssel)!
7. ⇒ Írja fel a »per partes« integrálás képletét!

6.15 Kombinatorika

1. Fogalmazza meg a kombinatorika alaptételeit és az összeg-szabályát! Mi a kiválasztási fa?
2. Mik az ismétlés nélküli permutációk, és mennyi a számuk? Mik az ismétléses permutációk, és mennyi a számuk?
3. Mik az ismétlés nélküli variációk, és mik az ismétléses variációk? Írja fel a számukat!
4. Mik a kombinációk? Írja fel a számukat megadó képletet! Mi a binomális együttható és hogyan számítjuk ki? Sorolja fel a tulajdonságait!
5. Fogalmazza meg a binomális tételt! Hány részhalmaz van egy n elemű halmaznak?
⇒ Az utolsó választ indokolja!
6. Írja le a Pascal-háromszöget és magyarázza meg, milyen a binomális együtthatókkal való kapcsolat!
7. ⇒ Hasonlítsa össze az ismétlés nélküli variációkat a kombinációkkal! Mi az összefüggés a V_n^r és C_n^r számok közt?

6.16 Valószínűesszámítás

1. Írja le a valószínűesszámítás alapfogalmait: kísérlet, esemény (lehetetlen, biztos, véletlen, elemi, összetett) és definiálja az esemény valószínűségét!
2. Mi az események összege, és mi az ellentett esemény? Hogyan számítjuk ki az ellentett esemény valószínűségét és mi módon az események összegének a valószínűségét?
3. ⇒ Mi az események szorzata? Hogyan számítjuk ki? Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki ilyen események szorzatának valószínűségét?
4. ⇒ Definiálja a feltételes valószínűséget! Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki a független események szorzatának valószínűségét?
5. ⇒ Írja le a Bernoulli-féle kísérletsorozatot! Hogyan számítjuk ki az esemény valószínűségét a Bernoulli-féle kísérletsorozatban?

6.17 Statisztika

1. Példa segítségével írja le a statisztikai alapfogalmakat: alapsokaság, minta, statisztikai elem, statisztikai jellemző, statisztikai paraméter!
2. Mit értünk középértéken (számtani közép), mediánon, móduszon és hogyan számítjuk ki ezeket?
3. Írja le a statisztika adatbemutatóit három különböző módon!
4. Magyarázza meg a fogalmakat: variációs távolság, standard eltérés, két szélső kvartilis közti távolság!

7 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény 4. szakasza kimondja, hogy az összes jelölt egyenlő feltételek közt tesz érettségi vizsgát. A sajátos nevelési igényű jelöltek részére, akiket megfelelő végzéssel irányítottak az adott képzési programba, indokolt esetben pedig más (sérült vagy beteg) jelöltek számára is – hiányosságuk, korlátaik, zavaruk mértékének megfelelően – módosítani kell az érettségi vizsga lebonyolításának, valamint tudásuk értékelésének módját.³

A következő módosítások lehetségesek:

1. az érettségi vizsgát két részben, két egymást követő időszakban teljesíthetik;
2. meghosszabbíthatják számukra az érettségi vizsga idejét (beleértve a szüneteket is, illetve több rövidebb szünetet iktathatnak be) és szükség esetén meg is szakíthatják a vizsgát;
3. módosíthatják számukra a vizsgaanyag formáját (pl. Braille-írás; nagyítás; a vizsgaanyag szövegének lemezre írása, a vizsgaanyag lemezre vétele);
4. külön helyiséget biztosíthatnak számukra;
5. megfelelően módosítják a vizsga körülményeit (erősebb világítás, az asztal megemelésének lehetősége...);
6. speciális segédeszközöket biztosítanak számukra (Braille-írógép, megfelelő írószerek, fóliák domború rajz készítéséhez);
7. a vizsgán más személy is segítségükre lehet (pl. az írásban vagy olvasásban, magyar jelnyelvi tolmács, vakok és gyengén látók segítője);
8. számítógépet használhatnak az olvasáshoz és/ vagy íráshoz;
9. módosíthatják számukra a szóbeli vizsgát és a hallás utáni értést mérő vizsgarészt (felmentés, szájról olvasás, jelnyelvre való fordítás);
10. módosíthatják az értékelést (pl. a jelölt betegségéből eredő vétségeket nem tekintjük hibának; az értékeléskor a külső értékelők együttműködnek a sajátos nevelési igényű jelöltekkel történő kommunikáció szakembereivel).

³ A szöveg az általános érettségi vizsga minden tantárgyára vonatkozik, és értelemszerűen kell alkalmazni az egyes vizsgák esetében.

8 IRODALOMJEGYZÉK

Az általános érettségi vizsgára való felkészülésben a jelöltek a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján (www.zrss.si) olvasható.

9 MELLÉKLET

9.1 Matematikai jelek

► Logika

\neg	negáció
$\wedge, \&$	konjunkció
\vee	diszjunkció
\Rightarrow	implikáció
\Leftrightarrow	ekvivalencia
\forall	mindegyik olyan elemre
\exists	létezik olyan elem

► Halmazok

\in	elemé
\notin	nem elemé
$\{x_1, x_2, \dots\}$	az x_1, x_2, \dots elemek halmaza
$\{x; \dots\}, \{x \mid \dots\}$	minden olyan x halmaza, hogy ...
$m(A), A $	az A halmaz elemeinek száma (a halmaz számossága)
$\mathcal{P}A$	az A halmaz hatványhalmaza
\emptyset	üres halmaz
\mathcal{U}	alaphalmaz
A^c, A'	az A halmaz komplementuma
\mathbb{N}	a természetes számok halmaza
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	az egész számok halmaza
\mathbb{Z}^+	a pozitív egész számok halmaza
\mathbb{Z}^-	a negatív egész számok halmaza
\mathbb{Q}	a racionális számok halmaza
\mathbb{Q}^+	a pozitív racionális számok halmaza
\mathbb{Q}^-	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza

\mathbb{C}	a komplex számok halmaza
\subset, \subseteq	részalmaz
$\not\subset$	nem részalmaz
\cup	egyesítés, unió
\cap	metszet
$\setminus, -$	a halmazok különbsége
$[a, b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b), [a, b[$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b],]a, b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
$(a, b),]a, b[$	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

► Relációk és műveletek

(a, b)	rendezett pár
$A \times B$	Descartes-szorzat (direkt szorzat)
$=$	egyenlő
\neq	nem egyenlő
\doteq, \approx	közelsítőleg egyenlő
$<$	kisebb
\leq	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
\geq	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz (összeadás)
$-$	minusz (kivonás)
$;$, \times	-szor, -szer, -ször (szorzás)
$:$	osztva (osztás)
$a b$	a osztója b -nek
$D(a, b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a, b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
\sum	összegzés (szumma) jele
$ a $	az a szám abszolút értéke

► Komplex számok

i	képzetes egység
$\operatorname{Re} z$	a z komplex szám valós része
$\operatorname{Im} z$	a z komplex szám képzetes része
$ z $	a z komplex szám abszolút értéke
\bar{z}, z^*	a z komplex szám konjugáltja

► Geometria. Vektorok

$d(A, B)$	az A és B pont távolsága
$ AB $	az AB szakasz hossza
\sphericalangle	szög
\triangle	háromszög
\parallel	párhuzamos
\perp	merőleges
\cong	egybevágó
\sim	hasonló
$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	az \overrightarrow{AB} vektor, az \vec{a} vektor
$s\vec{a}$	a \vec{a} vektor szorzása az s számmal
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	az \vec{a} és a \vec{b} vektorok skaláris szorzata
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	az ortonormált bázis vektorai
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	az \vec{a} vektor, ahol az a_1, a_2, a_3 az \vec{a} vektor koordinátái
$ \vec{a} $	az \vec{a} vektor hossza
\vec{r}_A	az A pont helyvektora
$A(x, y)$	az x és y koordinátájú A pont a síkban
$A(x, y, z)$	az x, y és z koordinátájú A pont a térben
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

► Függvények

f	az f függvény
$f : A \rightarrow B$	az A halmazt a B halmazba leképező f függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$ -t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
f^{-1}	az f függvény inverze
$f \circ g$	az f és a g függvény összetett függvénye

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	az f függvény határértéke, amikor x tart a – hoz
$\lim_{n \rightarrow a} a_n$	az a_n általános tagú sorozat határértéke
$f'(x), \frac{df}{dx}$	az f függvény első deriváltja
$\int f(x) dx$	az f függvény határozatlan integrálja
$\int_a^b f(x) dx$	az f függvény a -tól b -ig vett határozott integrálja

► **Kombinatorika. Valószínűségszámítás. Statisztika**

P_n	n elem ismétlés nélküli permutációinak száma
$P_n^{m_1, m_2, \dots, m_k}$	n elem ismétléses permutációinak száma
$n!$	n faktoriális
V_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	n elem r -ed osztályú ismétléses variációinak száma
$\binom{n}{k}$	binomális együttható (n alatt a k)
C_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény
N	lehetetlen esemény
E_1, E_2, E_3, \dots	elemi események
A'	az A esemény ellentéte
$A \cup B, A + B$	az A és a B események összege
$A \cap B, A \cdot B$	az A és a B események szorzata
$A \setminus B$	az A és a B események különbsége
$A \subset B$	az A esemény maga után vonja a B esemény bekövetkezését
$P(A)$	az A esemény valószínűsége
$P(A/B)$	az A esemény B -re vonatkoztatott feltételes valószínűsége (feltételes valószínűség)
\bar{x}, μ	középérték
σ^2	szórásnégyzet
σ	szórás

9.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek

$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, ha n páratlan természetes szám

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, ha $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Addíciós tételek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

A szorzatok összeggé történő átalakításának képletei:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax + by - c = 0$ egyenletű egyenestől: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, csúcsú háromszög területe:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a a hiperbola valós tengelye

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ a parabola fókuszpontja

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$